

Προτεινόμενη λύση Άσκησης 3 (διορισμοί 2017)

Η 'πράξη' της σύνθεσης συναρτήσεων δεν είναι αντιμεταθετική, δηλαδή  $f \circ g \neq g \circ f$ .

► Απάντηση

Για παράδειγμα,  $f(x) = x^2 + 1$  και  $g(x) = \sqrt{x}$ . Είναι  $D(f) = \mathbb{R}$  και  $D(g) = [0, +\infty)$ . Τότε  $D(f \circ g) = [0, +\infty)$  με  $(f \circ g)(x) = f(g(x)) = x + 1, \forall x \in [0, +\infty)$  και  $(g \circ f)(x) = g(f(x)) = \sqrt{x^2 + 1}, \forall x \in \mathbb{R}$ . Οι συναρτήσεις  $f \circ g$  και  $g \circ f$  δεν είναι ίσες.

Ένα άλλο αντιπαράδειγμα είναι οι συναρτήσεις  $f(x) = x^2$  και  $g(x) = x + 1$ , οι οποίες έχουν το ίδιο πεδίο ορισμού (το  $\mathbb{R}$ ). Είναι  $(f \circ g)(x) = (x + 1)^2, \forall x \in \mathbb{R}$  και  $(g \circ f)(x) = x^2 + 1, \forall x \in \mathbb{R}$  και  $f \circ g \neq g \circ f$ , αφού π.χ.  $(f \circ g)(-1) = 0 \neq 2 = (g \circ f)(-1)$ .