Μια εισαγωγή στις Συνήθεις Διαφορικές Εξισώσεις
(Λύσεις των ασκήσεων)
Παροράματα/διορθώσεις

Κεφάλαιο 2
Άσκηση 1
Στις τελευταίες δύο γραμμές, στο συντελεστή του $(e^x+1)^{-2}$ είναι $\dfrac{1}{2}$ και οχι 2.

Άσκηση 4/(iii)
Αντικαταστήστε με το σωστό:

$$\frac{dy}{dx}=\frac{y-x}{y+x},\quad x>0$$

Θεωρούμε την αντικατάσταση (2.3) και η Δ.Ε. γράφεται $x\dfrac{du}{dx}+u=\dfrac{u-1}{u+1}$,
δηλ. $x\dfrac{du}{dx}=-\dfrac{u+1}{1+u^2}$, δηλ.

$$-\frac{1+u^2}{u+1}\,du=\frac{1}{x}\,dx$$

(χωριζομένων μεταβλητών). Ολοκληρώνουμε:

$$-\int\frac{u+1}{1+u^2}\,du=\int\frac{dx}{x}\Leftrightarrow-\int\left(\frac{u}{1+u^2}+\frac{1}{1+u^2}\right)du=\ln|x|+c,$$

δηλ.

$$-\frac{1}{2}\ln(1+u^2)-\tan^{-1}u=\ln|x|+c$$

Άσκηση 6/(iv)
Ο σωστός ολοκληρωτικός παράγοντας είναι ο (ξέφυγε το αρνητικό πρόσημο στον εκθέτη)

$$I(x)=e^{-\int dx}=e^{-x}.$$

Άσκηση 11/(ii)
Το σωστό είναι

$$u=\frac{x}{xy+1}$$

και η λύση του ΠΑΤ:

$$\boxed{y(x)=\frac{x^3-x-1}{x(x+1)}}$$

Άσκηση 19/(ii)
Όπου p^1 να γίνει p^2

Άσκηση 15/(ii)
Αντικαταστήστε:
Αφού

$$\begin{aligned}\frac{\partial P(x,y)}{\partial y}-\frac{\partial Q(x,y)}{\partial x}&=\sec^2 y-1+2x\tan y\;=\;1+\tan^2 y-1+2x\tan y\\&=\tan y(2x+\tan y)\\&\quad\Rightarrow\frac{1}{P(x,y)}\left(\frac{\partial P(x,y)}{\partial y}-\frac{\partial Q(x,y)}{\partial x}\right)=\tan y\end{aligned}$$

Κεφάλαιο 3
Άσκηση 4 (i): $m = \frac{1}{2}$ και όχι $m = -\frac{1}{2}$.
Άσκηση 4 (ii): $\sqrt{-576}$ και όχι $\sqrt{576}$.

Κεφάλαιο 5
Άσκηση 4,(ii)
Να αφαιρεθεί το "c_1" στην τελευταία γραμμή (στη λύση του ΠΑΤ).

Άσκηση 5/(i)
Το σωστό είναι

$$\mathbf{X}(t) = \begin{bmatrix} (c_1 - c_2)\sin t - (c_1 + c_2)\cos t \\ 2(c_1 \cos t + c_2 \sin t) \end{bmatrix}$$