Παραράματα για το

ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ Γ' ΛΥΚΕΙΟΥ ΠΡΟΣΑΝΑΤΟΛΙΣΜΟΥ

ΠΑΡΑΜΕΤΡΙΚΕΣ ΚΑΜΠΥΛΕΣ ΣΤΟ ΕΠΙΠΕΔΟ ΚΑΙ ΚΩΝΙΚΕΣ ΤΟΜΕΣ

Εκτύπωση: Αύγουστος 2019

(ISBN: 978-9925-7567-5-9)

21/08/2020

- **σελ. 216:** Η σωστή λύση για το (α) ερώτημα είναι η

Λύση

(α) Εστω $y^2 = 4\alpha x,\ \alpha > 0$ η παραβολή και τα σημεία $\boldsymbol{A(\alpha t^2, 2\alpha t)}$ και $\boldsymbol{B(\alpha p^2, 2\alpha p)}$ αυτής (με $t < 0,\ p < 0$). Η εφαπτομένη της παραβολής στο σημείο $A(\alpha t^2, 2\alpha t)$ έχει κλίση

$$\lambda = y'(x_A) = \frac{2\alpha}{y}\Big|_A = \frac{2\alpha}{2\alpha t} = \frac{1}{t}$$

και έτσι, η εξίσωση (της εφαπτομένης) είναι $y - 2\alpha t = \frac{1}{t}(x - \alpha t^2)$, δηλ.

$$ty - 2\alpha t^2 = x - \alpha t^2$$

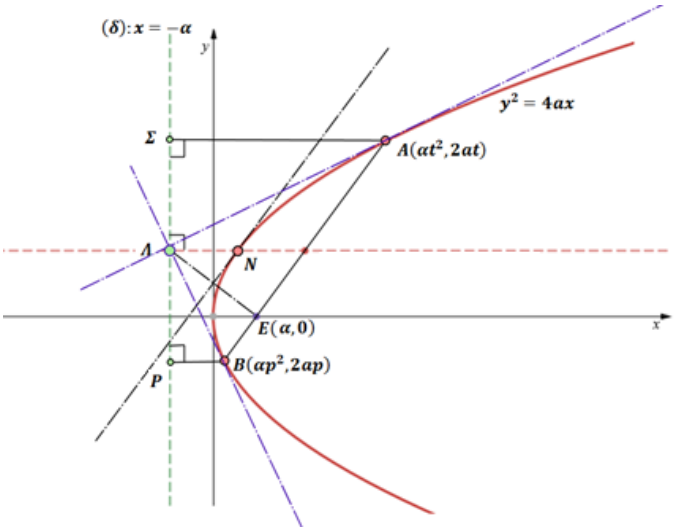
δηλ.

$$\boldsymbol{ty = x + \alpha t^2}$$

Ομοίως, η εξίσωση της εφαπτομένης στο B είναι η

$$\boldsymbol{py = x + \alpha p^2}$$

Λύνοντας το πολύ εύκολο σύστημα των δυο αυτών εξισώσεων, βρίσκουμε ότι η μοναδική του λύση είναι η

$$\boldsymbol{x = -\alpha = x_\Lambda} \quad \text{και} \quad \boldsymbol{y = \alpha(t + p) = y_\Lambda}$$

Τώρα, από την ισότητα των τριγώνων $\boldsymbol{\Lambda A\Sigma}$ και $\boldsymbol{\Lambda AE}$, προκύπτει ότι η $\boldsymbol{\Lambda A}$ είναι διχοτόμος της $\boldsymbol{\Sigma\hat{\Lambda}E}$ και $\boldsymbol{\Lambda\hat{E}A = 90^\circ}$. Συνεπώς, $\boldsymbol{\Sigma\hat{E}B = 90^\circ}$ και αρα τα τρίγωνα $\boldsymbol{\Lambda PB}$ και $\boldsymbol{\Lambda EB}$ είναι ίσα (Π-Π-Ο), οπόταν η $\boldsymbol{\Lambda B}$ είναι διχοτόμος της $\boldsymbol{P\hat{B}E}$ άρα και εφαπτόμενη της παραβολής στο $\boldsymbol{B}$**.** Από την ίδια ισότητα τριγώνων έπεται ότι η $\boldsymbol{\Lambda B}$ είναι διχοτόμος της $\boldsymbol{P\hat{\Lambda}E}$, άρα $\boldsymbol{\Lambda A \perp \Lambda B}$.