



7. ~~2020~~ 2 # Rolle

~~1~~

$$f : [1, 3] \rightarrow \mathbb{R}$$

$$f(3) - f(1) = 26$$

$$\xi \in (1, 3) \quad f'(\xi) = 3\xi^2$$

8. ~~2020~~

$$\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{16} = 1$$

~~10~~

$$M(5\cos\theta, 4\sin\theta)$$

~~2020~~

$$N \dot{\cup} \quad NE' \perp MN, \quad ME \perp$$

~~2020~~

E' και E ~~2020~~

9. ~~2020~~

$$f : (1, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$$

$$\ln x \cdot f'(x) = -\frac{5}{x^2} - \frac{1}{x} \cdot f(x), \quad \forall x \in (1, +\infty)$$

~~2020~~

$$\left( e, \frac{e^2 + 5}{e} \right)$$

10.  $f, g$  ~~2020~~

$$[-1, 1]$$

$$f(x) = f(-x) \text{ και } g(-x) = -g(x) \text{ για κάθε } x \in [-1, 1],$$

$$\int_{-1}^1 \frac{f(x)}{2019^{g(x)} + 1} dx = \int_0^1 f(x) dx$$

\_\_\_\_\_ :

μ μ 10 μ .

1. ~~2020~~

$$f(x) = \frac{(x-3)^2}{x-2}$$

~~2020~~

~~2020~~

~~2020~~

2. ~~2020~~

$$A(2, 0) \quad B(5, 0) \quad x = -1. \quad N$$

10 # Γ ~~2020~~

$$x = -1, 0 \quad y_{\Gamma} > 0, \quad \hat{A}\hat{B}$$

3. (α) Να δείξετε ότι το μερικό άθροισμα των  $n$  πρώτων όρων της πιο κάτω σειράς ( $n \in \mathbb{N}$ )

$$\frac{2}{n^2} + \frac{1}{n^3} + \frac{4}{n^2} + \frac{2^2}{n^3} + \frac{6}{n^2} + \frac{3^2}{n^3} + \frac{8}{n^2} + \frac{4^2}{n^3} + \dots$$

ισούται με  $\frac{8n^2 + 9n + 1}{6n^2}$  και να εξετάσετε αν η πιο πάνω σειρά συγκλίνει.

(β) Να χρησιμοποιήσετε τον ορισμό του ορισμένου ολοκληρώματος για να υπολογίσετε το ορισμένο ολοκλήρωμα  $\int_1^2 (x^2 - 1) dx$ .

(γ) (i) Να δείξετε ότι μια ρίζα της  $g(x) = \frac{x^3}{3} - x - \frac{2}{3}$  είναι ο αριθμός 2.

(ii) Αν το εμβαδόν του χωρίου που περικλείεται από την  $f(x) = x^2 - 1$ , τις ευθείες  $x = -2$ ,  $x = \alpha$ ,  $\alpha > 1$  και τον άξονα των τετμημένων ισούται με  $4 \tau.μ.$ , να υπολογίσετε το  $\alpha$ .

(δ) Το χωρίο που ορίζεται από την  $f(x) = x^2 - 1$ , τις ευθείες  $x = 1$ ,  $x = 2$  και τον άξονα των τετμημένων κάνει πλήρη στροφή γύρω από την ευθεία  $y = 3$ . Να βρείτε τον όγκο του παραγόμενου στερεού.

4. Δίνεται ο κύκλος με εξίσωση (C):  $x^2 + y^2 - 4x - 8y + 4 = 0$  με κέντρο K και παραβολή

(P):  $y^2 = 4ax$  η οποία περνά από το κέντρο του κύκλου (C).

(α) Να υπολογίσετε τις συντεταγμένες του κέντρου του κύκλου και την εστία E της παραβολής καθώς και την εξίσωση της διευθετούσας της παραβολής και την ακτίνα του κύκλου.

(β) Η εφαπτομένη της παραβολής στο κέντρο K του κύκλου (C) τέμνει τον άξονα των τετμημένων στο σημείο A. Η εφαπτομένη σε τυχαίο σημείο T του κύκλου τέμνει την ευθεία  $x = x_A$  στο σημείο Γ. Να βρείτε την εξίσωση της καμπύλης πάνω στην οποία βρίσκεται ο γεωμετρικός τόπος του μέσου M του ευθυγράμμου τμήματος ΓT.

(γ) Αν B, Δ είναι τα σημεία τομής του κύκλου (C) και της παραβολής (P) και η περίμετρος του τετραπλεύρου KBED είναι ίση με  $\lambda$  μονάδες,  $\lambda \in \mathbb{R}$ , να δείξετε ότι το μέσο N του ΒΔ βρίσκεται πάνω στην ευθεία (η):  $2x - \lambda + 12 = 0$

5. (α) Να γράψετε πότε δύο ενδεχόμενα A και B ενός πειράματος τύχης λέγονται ανεξάρτητα και να αποδείξετε ότι αν A, B ανεξάρτητα τότε ισχύει  $P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$ .

(β) Δίνονται τα σύνολα:

$$K = \{ 0, 5 \}$$

$$\Lambda = \{ 2, 3, 4 \}$$

$$M = \{ 6, 7, 8, 9 \}$$

Σχηματίζουμε τριψήφιους αριθμούς επιλέγοντας τυχαία ένα ψηφίο από κάθε σύνολο K, Λ, M

(i) Να υπολογίσετε την πιθανότητα των ενδεχομένων:

E: " Ο τριψήφιος αριθμός να αρχίζει με το ψηφίο 4 "

Z: " Ο τριψήφιος αριθμός περιέχει ένα τουλάχιστον περιττό ψηφίο "

H: " Ο τριψήφιος αριθμός να είναι μεγαλύτερος του 700 "

(ii) Αν ο τριψήφιος αριθμός που επιλέξαμε περιέχει ένα τουλάχιστον περιττό ψηφίο, να βρεθεί η πιθανότητα αυτός να αρχίζει από το ψηφίο 9.

- ΤΕΛΟΣ -